

PRODUIT SCALAIRE SÉRIE 2

Activités mentales et automatismes en classe de première
IREM de Clermont-Ferrand

Le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est orthonormé.

Les affirmations suivantes
sont-elles vraies ou fausses ?

N°1

Si $\vec{u} (-4 ; 3)$ alors $\|\vec{u}\| = 7$.

N°2

Si \overrightarrow{OA} et \overrightarrow{OB} sont colinéaires
et de sens contraires

alors $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -OA \times OB$.

N°3

Le vecteur \vec{u} (1 ; 3) est normal
à la droite d'équation
 $x + 3y - 5 = 0$.

N°4

$$\text{Si } \vec{u} \left(3 ; \frac{1}{3} \right) \text{ et } \vec{v} \left(\frac{1}{2} ; -2 \right)$$

$$\text{alors } \vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{5}{6}.$$

N°5

La droite d'équation

$$y = 5x + 1$$

admet le vecteur \vec{u} (5 ; 1)

comme vecteur directeur.

N°6

La droite d'équation

$$y = 5x + 1$$

admet le vecteur $\vec{n} (5 ; 1)$

comme vecteur normal.

N°7

Il n'existe pas de réel x tel que
 $\vec{u}(-4 ; 2)$ et $\vec{v}(3 ; x)$
soient orthogonaux.

N°8

Une équation de la droite d passant par le point $A (1; 1)$ et de vecteur normal $\vec{n} (-3 ; 2)$ est

$$-3x + 2y + 1 = 0.$$

N°9

Les points A, B et C sont tels que $AB = 8$, $AC = 3$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -12$.

Une mesure de l'angle \widehat{BAC} est :

$$\frac{2\pi}{3}$$

N°10

Il existe des vecteurs \vec{u} et \vec{v}
tels que :

$$\|\vec{u}\| = 7, \|\vec{v}\| = 3 \text{ et } \vec{u} \cdot \vec{v} = 30.$$

CORRECTION

N°1

FAUX

Si $\vec{u} (-4 ; 3)$ alors $\|\vec{u}\| = 7$.

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

N°2

VRAI

Si \overrightarrow{OA} et \overrightarrow{OB} sont colinéaires
et de sens contraires

alors $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -OA \times OB$.

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = OA \times OB \times \cos(\pi) = -OA \times OB$$

N°3

VRAI

Le vecteur $\vec{u} (1 ; 3)$ est normal
à la droite d'équation

$$x + 3y - 5 = 0.$$

Soit $1x + 3y - 5 = 0$

N°4

VRAI

Si $\vec{u} \left(3 ; \frac{1}{3} \right)$ et $\vec{v} \left(\frac{1}{2} ; -2 \right)$

alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{5}{6}$.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \times \frac{1}{2} - 2 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

N°5

FAUX

La droite d'équation

$$y = 5x + 1$$

admet le vecteur \vec{u} (~~5~~ ; ~~1~~)

comme vecteur directeur.

$5x - y + 1 = 0$ donc \vec{u} (1; 5) par exemple.

N°6

FAUX

La droite d'équation

$$y = 5x + 1$$

admet le vecteur \vec{n} (~~5 ; 1~~)

comme vecteur normal.

$5x - y + 1 = 0$ donc \vec{n} (5 ; -1) par exemple.

N°7

FAUX

Il n'existe pas de réel x tel que
 $\vec{u}(-4 ; 2)$ et $\vec{v}(3 ; x)$
soient orthogonaux.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow -12 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

N°8

VRAI

Une équation de la droite d passant par le point A (1; 1) et de vecteur normal \vec{n} (-3 ; 2) est

$$-3x + 2y + 1 = 0.$$

Et $-3 \times 1 + 2 \times 1 + 1 = 0$. Donc $A \in d$.

N°9

VRAI

Les points A, B et C sont tels que
 $AB = 8$, $AC = 3$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -12$.

Une mesure de l'angle \widehat{BAC} est : $\frac{2\pi}{3}$

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \times AC} = \frac{-12}{24} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Donc } \widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}.$$

N°10

FAUX

Il existe des vecteurs \vec{u} et \vec{v}
tels que :

$$\|\vec{u}\| = 7, \|\vec{v}\| = 3 \text{ et } \vec{u} \cdot \vec{v} = 30.$$

$$\text{Sinon } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} = \frac{30}{21} = \frac{10}{7} > 1 !$$

FIN